2011.11.07.

B csoport

ALK. MAT. KAT. zh

1. Oldja meg a következő egzakt differenciálegyenletet:

$$e^y + 3x^2 + (e^y x + 2y)y' = 0$$

(16pt)

2. Oldja meg a következő differenciálegyenlet-redszert:

$$\left.\begin{aligned} y_1' &= 4y_1 + 5y_2 \\ y_2' &= 5y_1 + 4y_2 \end{aligned}\right\}$$

(16pt)

3. Határozza meg az u skalármező $P(3,1,0)$ pontbeli gradiensének értékét, ha

$$u(\mathbf{r}) = x\sqrt{y} + x^3 z - y\sin(4z)$$

(10pt)

4. Oldja meg a következő Bernoulli-típusú differenciálegyenletet:

$$-3y' + \frac{y}{x} = \frac{y^4 e^x}{x}$$

(17pt)

5. Mennyi a munkavégzés a $\mathbf{v}$ erőtérben az $\mathbf{r}(t)$ görbe mentén haladva, ha

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{3y}{x}\,\underline{\mathrm{i}} + 5z\sqrt{y}\,\underline{\mathrm{j}} + 2zy\,\underline{\mathrm{k}}$$

$$\mathbf{r}(t) = t^2\,\underline{\mathrm{i}} + t^3\,\underline{\mathrm{j}} + 2\sqrt{t}\,\underline{\mathrm{k}} \qquad 1 \le t \le 2$$

(17pt)

6. Határozza meg a $\mathbf{r}(t) = (2t+1)^2\,\underline{\mathrm{i}} + \ln(3t-2)\,\underline{\mathrm{j}} + e^{2t-2}\,\underline{\mathrm{k}}$ térgörbén mozgó pont helyzetét, sebességének és gyorsulásának a nagyságát a $t_0 = 1$ pillanatban.

(14pt)

7. Mely pontokban nulla a következő vektormező divergenciája ill. rotációja:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = [2x^2 - 2zy, 2y^2 - 2xz, 2z^2 - 2xy]?$$

(10pt)

2011.11.07.

A csoport

ALK. MAT. KAT. zh

1. Oldja meg a következő differenciálegyenlet-redszert:

$$\left.\begin{aligned} y_1' &= 5y_1 + 4y_2 \\ y_2' &= 4y_1 + 5y_2 \end{aligned}\right\}$$

(16pt)

2. Oldja meg a következő Bernoulli-típusú differenciálegyenletet:

$$-5y' + \frac{y}{x} = \frac{y^6 e^x}{x}$$

(17pt)

3. Oldja meg a következő egzakt differenciálegyenletet:

$$e^x y + 2x + (e^x + 3y^2)y' = 0$$

(16pt)

4. Határozza meg a $\mathbf{r}(t) = e^{2t-4}\,\underline{\mathrm{i}} + \ln(2t-3)\,\underline{\mathrm{j}} + (2t-1)^3\,\underline{\mathrm{k}}$ térgörbén mozgó pont helyzetét, sebességének és gyorsulásának a nagyságát a $t_0 = 2$ pillanatban.

(14pt)

5. Határozza meg az u skalármező $P(0,3,1)$ pontbeli gradiensének értékét, ha

$$u(\mathbf{r}) = y\sqrt{z} + y^3 x - z\sin(4x)$$

(10pt)

6. Mely pontokban nulla a következő vektormező divergenciája ill. rotációja:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = [zy - x^2, xz - y^2, xy - z^2]?$$

(10pt)

7. Mennyi a munkavégzés a $\mathbf{v}$ erőtérben az $\mathbf{r}(t)$ görbe mentén haladva, ha

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = 5y\sqrt{x}\,\underline{\mathrm{i}} + 2xy\,\underline{\mathrm{j}} + \frac{3x}{z}\,\underline{\mathrm{k}}$$

$$\mathbf{r}(t) = t^3\,\underline{\mathrm{i}} + 2\sqrt{t}\,\underline{\mathrm{j}} + t^2\,\underline{\mathrm{k}} \qquad 1 \le t \le 2$$

(17pt)