2011.10.19.

B csoport

Matematika 1. Zh 1.

1. Vizsgálja az $a_n = \frac{4n-2}{2n+1}$ sorozatot monotonitás és konvergencia szempontjából. Majd adjon meg olyan N küszöbindexet, hogy $n > N$ esetén az a_n sorozat már $\varepsilon = 0,001$ pontossággal megközelítse a határértékét.

(10 pt)

2. Határozza meg a következő sorozatok határértkét:

a.) $a_n = \left(\dfrac{n+4}{n-2}\right)^{3n+2}$ b.) $b_n = \dfrac{6n^3 - 2n^2 + 21}{3n^3 - 5n^2 + 13}$ c.) $c_n = \dfrac{5^{n+1} - 3^{n-1}}{5^n + 2^{2n+1}}$

(18 pt)

3. Bizonyítsa be a rendőrelv segítségével, hogy az $a_n = \frac{3+(-1)^n}{3n+5}$ sorozat 0-hoz tart.

(8 pt)

4. Határozza meg az $f(g(x))$ és a $g(f(x))$ függvényeket, ha $f(x) = x\ln(x)$ és $g(x) = x + \sqrt{x}$.

(4 pt)

5. Határozza meg azt a legbővebb részhalmazát a valós számoknak, amelyen az $f(x) = \frac{\ln(x^2-4)}{x^2-5x}$ függvény értelmezhető.

(5 pt)

6. Határozza meg az $f(x) = (x^3 - 4x)\ln(x-2)$ függvény zérushelyeit.

(5 pt)

7. Határozza meg az $f(x) = e^x \ln(x-1) + \cos(\pi x)$ függvény helyettesítési értékét az $x = 2$ helyen.

(4 pt)

8. Határozza meg az $f(x) = \frac{3x+1}{x-1}$, $D_f = \mathbb{R}\backslash\{1\}$ függvény inverzét (az értelmezési tartománnyal együtt).

(7 pt)

9. Határozza meg a következő függvényhatárértékeket:

a.) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+3x-4}{x^2-1}$ b.) $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{x^2+3x-4}{x^2-1}$ c.) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^2+3x-4}{x^2-1}$

d.) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x^2+4x+3} - \sqrt{x^2-4}$ e.) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{6x^2\cos(3x)}{\sin^2(2x)}$

(30 pt)

10. Válassza meg az m paraméter értékét úgy, hogy a következő függvény folytonos legyen:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + mx, & \text{ha } x \geq 2 \\ \frac{x^2-2x}{x-2}, & \text{ha } x < 2 \end{cases}$$

(9 pt)

2011.10.19.

A csoport

Matematika 1. Zh 1.

1. Vizsgálja az $a_n = \frac{4n+3}{n-1}$ sorozatot monotonitás és konvergencia szempontjából. Majd adjon meg olyan N küszöbindexet, hogy $n > N$ esetén az a_n sorozat már $\varepsilon = 0,001$ pontossággal megközelítse a határértékét.

(10 pt)

2. Határozza meg a következő sorozatok határértkét:

a.) $a_n = \left(\dfrac{n+2}{n-2}\right)^{4n-3}$ b.) $b_n = \dfrac{6n^3 - 7n^2 + 42}{3n^3 - 7n + 8}$ c.) $c_n = \dfrac{4^{n+1} + 3^n}{4^n + 2}$

(18 pt)

3. Bizonyítsa be a rendőrelv segítségével, hogy az $a_n = \sqrt[n]{5n^3 + 3n + 18}$ sorozat 1-hez tart.

(8 pt)

4. Határozza meg az $f(g(x))$ és a $g(f(x))$ függvényeket, ha $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ és $g(x) = \sqrt{x} - 3x$.

(4 pt)

5. Határozza meg azt a legbővebb részhalmazát a valós számoknak, amelyen az $f(x) = \frac{\ln(x-4)}{x^2-11x}$ függvény értelmezhető.

(5 pt)

6. Határozza meg az $f(x) = (x^3 - 9x)\ln(x-1)$ függvény zérushelyeit.

(5 pt)

7. Határozza meg az $f(x) = e^x \sin(\pi x) + \ln(3-x)$ függvény helyettesítési értékét az $x = 2$ helyen.

(4 pt)

8. Határozza meg az $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ függvény inverzét (az értelmezési tartománnyal együtt).

(7 pt)

9. Határozza meg a következő függvényhatárértékeket:

a.) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ b.) $\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ c.) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$

d.) $\lim\limits_{x \to \infty} \sqrt{x^2 + 3x - 4} - \sqrt{x^2 + x}$ e.) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin^2(4x)}{2x^2 \cos(3x)}$

(30 pt)

10. Válassza meg az m paraméter értékét úgy, hogy a következő függvény folytonos legyen:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - mx, & \text{ha } x \geq -1 \\ \frac{x^2+2x+1}{x+1}, & \text{ha } x < -1 \end{cases}$$

(9 pt)